

## Αρχείο Εκφωνήσεων ΓΕ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι (Θ.Ε. ΠΛΗ 12)

ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 6

|                                          |           |                  |
|------------------------------------------|-----------|------------------|
| Ημερομηνία ανάρτησης:                    | Τετάρτη   | 10 Απριλίου 2019 |
| Καταληκτική ημερομηνία υποβολής:         | Τετάρτη   | 15 Μαΐου 2019    |
| Ημερομηνία ανάρτησης ενδεικτικών λύσεων: | Παρασκευή | 17 Μαΐου 2019    |

Πριν από την εκπόνηση της εργασίας και τη λύση των ασκήσεων συνιστάται η μελέτη των παραδειγμάτων και των λυμένων ασκήσεων στο αντίστοιχο σύγγραμμα και στο βοηθητικό υλικό.

Οι ασκήσεις της 6<sup>ης</sup> εργασίας αναφέρονται στα:

**Κεφάλαιο 2, Ενότητες 2.1 - 2.5** (βασική πιθανοθεωρία)

**Κεφάλαιο 3, Ενότητες 3.1, 3.3.1** (τυχαίες μεταβλητές και χαρακτηριστικά των κατανομών τους)

**Κεφάλαιο 4, Ενότητες 4.1, 4.4 – 4.6** (χρήσιμα πρότυπα κατανομών)

του συγγράμματος του ΕΑΠ «**Πιθανότητες και Στατιστική Ι**» του Ι. Κουτρουβέλη.

Για την κατανόηση της ύλης αυτής να μελετηθεί επίσης το βοηθητικό υλικό που υπάρχει στο [study.eap.gr](http://study.eap.gr):

**Συνοδευτικό Εκπαιδευτικό Υλικό: Πιθανότητες**

- Κεφάλαιο Ι

- Κεφάλαιο ΙΙ.

**Άλλο Εκπαιδευτικό Υλικό: Πιθανότητες**

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η μελέτη και κατανόηση των παρακάτω εννοιών:

- Βασική πιθανοθεωρία: δειγματοχώροι και ενδεχόμενα, βασικά στοιχεία συνδυαστικής, αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας, δεσμευμένη πιθανότητα, ανεξαρτησία ενδεχομένων, μέθοδοι υπολογισμού πιθανότητας.
- Τυχαίες μεταβλητές: μέση τιμή, διασπορά και τυπική απόκλιση, βασικές ιδιότητες.
- Χρήσιμα πρότυπα κατανομών: δοκιμές Bernoulli, διωνυμική κατανομή, κατανομή Poisson, εκθετική κατανομή, κανονική κατανομή, τυπική κανονική κατανομή.

### Άσκηση 1 (Μον. 20)

α) (μον. 9) Έστω  $S$  το σύνολο των φυσικών αριθμών οι οποίοι έχουν τέσσερα ψηφία όταν γράφονται στο δεκαδικό σύστημα και κανένα από τα ψηφία τους δεν ισούται με 0, 2, 5, 7 ή 9.

(i) Πόσα στοιχεία του  $S$  είναι περιττοί αριθμοί;

(ii) Πόσα στοιχεία του  $S$  είναι αριθμοί μικρότεροι του 2019;

(iii) Πόσα στοιχεία του  $S$  εμφανίζουν κάποιο ψηφίο πάνω από μια φορά;

β) (μον. 6) Η Αρσινόη, ο Βάιος, η Γαλάτεια, ο Δημόδοκος, η Εριφύλη, ο Ζεβεδαίος, η Ηρωδιάδα, ο Θεόφραστος, η Ιοκάστη, ο Κρέων, η Λευκοθέα, ο Μελέαγρος, η Ναυσικά, ο Ξέναρχος και η Οφηλία απαρτίζουν το δεκαπενταμελές μαθητικό συμβούλιο ενός σχολείου και διενεργούν μεταξύ τους κλήρωση ώστε να σχηματιστεί πενταμελής επιτροπή η οποία θα οργανώσει την πολυήμερη εκδρομή του σχολείου. Να υπολογιστεί η πιθανότητα:

(i) η επιτροπή να απαρτίζεται από 3 αγόρια και 2 κορίτσια,

(ii) τουλάχιστον 1 μέλος της επιτροπής να είναι αγόρι.

γ) (μον. 2) Στην αρχή μιας παρτίδας πόκερ, ένας παίκτης λαμβάνει 5 χαρτιά από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα 52 χαρτιών. Ποιά είναι η πιθανότητα να έχει καρέ του βαλέ, δηλαδή να έχει λάβει και τους 4 βαλέδες της τράπουλας;

δ) (μον. 3) Ένα ζαχαροπλαστείο παρασκευάζει σοκολατάκια 10 διαφορετικών ειδών τα οποία συσκευάζει σε σακουλάκια των 30 τεμαχίων. Πόσες διαφορετικές συσκευασίες είναι σε θέση να προσφέρει το ζαχαροπλαστείο;

### Άσκηση 2 (Μον. 20)

α) (μον. 3) Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος και  $A, B$  ανεξάρτητα ενδεχόμενα τέτοια ώστε  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{7}{10}$ . Να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(A \cap B)$ .

β) (μον. 5) Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος και  $A, B$  ενδεχόμενα τέτοια ώστε  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{2}{5}$  και  $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ . Να εξεταστεί αν τα  $A$  και  $B$  είναι ανεξάρτητα ενδεχόμενα.

γ) (μον. 5) Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος και  $A, B$  ενδεχόμενα τέτοια ώστε  $P(B) = \frac{3}{5}$  και  $P(A' | B') = \frac{1}{3}$ . Να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(A \cup B)$ .

δ) (μον. 7) Έστω  $n, m, k \in \mathbb{N}$  με  $n \geq m \geq k$ . Να αποδειχθεί ότι 
$$\binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k} = \binom{n}{m} \binom{m}{k}.$$

### Άσκηση 3 (Μον. 20)

α) (μον. 10) Από κλινικά δεδομένα ασθενών που χρειάστηκαν αιμοδοσία προκύπτει ότι:

- το 38% των ασθενών ανήκει στην ομάδα αίματος A.
- το 13% των ασθενών ανήκει στην ομάδα αίματος B.
- το 5% των ασθενών ανήκει στην ομάδα αίματος AB.
- το 44% των ασθενών ανήκει στην ομάδα αίματος O.

Με βάση τις απαντήσεις των ασθενών όταν ρωτήθηκαν (πριν από την αιμοδοσία) σε ποιά ομάδα αίματος ανήκουν προκύπτει επίσης ότι:

- το 88% όσων ανήκουν στην ομάδα αίματος A απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A.
- το 4% όσων ανήκουν στην ομάδα αίματος B απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A.

- το 10% όσων ανήκουν στην ομάδα αίματος AB απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A.
  - το 4% όσων ανήκουν στην ομάδα αίματος O απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A.
- (i) Ποιό είναι το ποσοστό του ασθενών που απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A;
- (ii) Από τους ασθενείς που απάντησαν ότι ανήκουν στην ομάδα αίματος A, ποιό ποσοστό πραγματικά ανήκει στην ομάδα αίματος A;
- β) (μον. 10) Έστω  $X$  τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται από τον τύπο
- $$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x < 0 \\ cxe^{-x}, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}, \text{ όπου } c \text{ σταθερά. Να υπολογιστεί η τιμή του } c, \text{ η μέση τιμή της } X \text{ και η πιθανότητα } P(1 < X \leq 10).$$

#### Άσκηση 4 (Μον. 20)

- α) (μον. 4) Ο αριθμός  $X$  των μηνυμάτων ηλεκτρονικού ταχυδρομείου που φτάνουν ανά ώρα σε κάποιο λογαριασμό ακολουθεί την κατανομή Poisson με παράμετρο  $\lambda = 10$ . Ποιά είναι η πιθανότητα να φτάσουν στον λογαριασμό τουλάχιστον 3 μηνύματα μέσα σε μια ώρα;
- β) (μον. 8) Η διάρκεια ζωής  $Y$  (σε έτη) μιας ηλεκτρονικής συσκευής ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\lambda = 3$ .
- (i) Να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(Y > 3)$ .
- (ii) Να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(Y > 6 | Y > 3)$ .
- γ) (μον. 8) Η πιθανότητα επιβίωσης ενός ασθενούς μετά από καρδιακή προσβολή είναι 90%. Αν έχουμε 40 ασθενείς που έχουν πάθει καρδιακή προσβολή,
- (i) ποιά είναι η πιθανότητα να επιβιώσουν όλοι;
- (ii) ποιά είναι η πιθανότητα το πολύ 4 από τους ασθενείς να αποβιώσουν;

#### Άσκηση 5 (Μον. 20)

- α) (μον. 6) Ο χρόνος αντίδρασης  $X$  ενός μεσήλικα οδηγού στον κίνδυνο ατύχηματος ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0.72 δευτερόλεπτα και τυπική απόκλιση 0.11 δευτερόλεπτα. Ποιά είναι η πιθανότητα ο χρόνος αντίδρασης ενός μεσήλικα οδηγού στον κίνδυνο ατυχήματος να είναι μικρότερος από 0.5 δευτερόλεπτα;

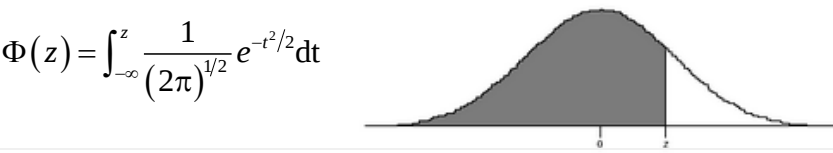
**Σημείωση:** Στην επόμενη σελίδα δίνεται πίνακας τιμών της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής για την τυπική κανονική κατανομή.

- β) (μον. 14) Οι υποψήφιοι για εισαγωγή σε μια σχολή Ελεγκτών της Εφορίας εξετάζονται στη Λογιστική και στην Αυτοάμυνα. Οι βαθμολογίες των υποψηφίων στη Λογιστική ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 55 και τυπική απόκλιση 8. Οι βαθμολογίες των υποψηφίων στην Αυτοάμυνα ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 40 και τυπική απόκλιση 6. Για να γίνει δεκτός ένας υποψήφιος στη σχολή πρέπει το άθροισμα των βαθμολογιών του στη Λογιστική και στην Αυτοάμυνα να είναι τουλάχιστον 100.
- (i) Ποιό είναι το ποσοστό των υποψηφίων που γίνονται δεκτοί στη σχολή;
- (ii) Ποιό είναι το ποσοστό των υποψηφίων με καλύτερη επίδοση στην Αυτοάμυνα παρά στη Λογιστική;

**Σημείωση:** Θεωρείται δεδομένο ότι οι επιδόσεις των υποψηφίων στη Λογιστική είναι ανεξάρτητες από τις επιδόσεις τους στην Αυτοάμυνα.

Πίνακας Κανονικής Κατανομής

Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή (Standardized Normal Distribution Function)



| z   | .00   | .01   | .02   | .03   | .04   | .05   | .06   | .07   | .08   | .09   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| .0  | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| .1  | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| .2  | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| .3  | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| .4  | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| .5  | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| .6  | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| .7  | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| .8  | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| .9  | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9429 | .9441 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9484 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9656 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9761 | .9767 |
| 2.0 | .9772 | .9778 | .9783 | .9788 | .9793 | .9798 | .9803 | .9808 | .9812 | .9817 |
| 2.1 | .9821 | .9826 | .9830 | .9834 | .9838 | .9842 | .9846 | .9850 | .9854 | .9857 |
| 2.2 | .9861 | .9864 | .9868 | .9871 | .9875 | .9878 | .9881 | .9884 | .9887 | .9890 |
| 2.3 | .9893 | .9896 | .9898 | .9901 | .9904 | .9906 | .9909 | .9911 | .9913 | .9916 |
| 2.4 | .9918 | .9920 | .9922 | .9925 | .9927 | .9929 | .9931 | .9932 | .9934 | .9936 |
| 2.5 | .9938 | .9940 | .9941 | .9943 | .9945 | .9946 | .9948 | .9949 | .9951 | .9952 |
| 2.6 | .9953 | .9955 | .9956 | .9957 | .9959 | .9960 | .9961 | .9962 | .9963 | .9964 |
| 2.7 | .9965 | .9966 | .9967 | .9968 | .9969 | .9970 | .9971 | .9972 | .9973 | .9974 |
| 2.8 | .9974 | .9975 | .9976 | .9977 | .9977 | .9978 | .9979 | .9979 | .9980 | .9981 |
| 2.9 | .9981 | .9982 | .9982 | .9983 | .9984 | .9984 | .9985 | .9985 | .9986 | .9986 |
| 3.0 | .9987 | .9987 | .9987 | .9988 | .9988 | .9989 | .9989 | .9989 | .9990 | .9990 |