

Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γ.Ε.

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας», καταχωρεί τις λύσεις των ασκήσεων στο παρόν αρχείο κάτω από την αντίστοιχη εκφώνηση και το υποβάλλει ηλεκτρονικά στον ιστότοπο study.eap.gr έχοντας κρατήσει αντίγραφό του. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος παραλαμβάνει από εκεί την Γ.Ε και, αφού παραθέσει τα σχόλια και συμπληρώσει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας», την υποβάλει με τη σειρά του στο study.eap.gr. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος επίσης πρέπει να κρατήσει αντίγραφο της υποβληθείσας όσο και της διορθωμένης Γ.Ε όπως και αντίγραφο του σημειώματος του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Κατά την ηλεκτρονική υποβολή του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: π.χ., το όνομα του αρχείου για τη 1η Γ.Ε. του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ στην ΠΛΗ12 πρέπει να γραφεί: «**ioannou_ge1_pli12.doc**».

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στοιχεία επικοινωνίας φοιτητή (ονομ/νυμο, τηλέφωνο, ηλεκ/νική διεύθυνση)			
Κωδικός Θ.Ε.	ΠΛΗ 12	Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Συμβούλου	
Κωδικός Τμήματος		Καταληκτική ημερομηνία υποβολής (ημέρα Τετάρτη)	15/11/2017 23:55μμ
Ακ. Έτος	2017-18	Ημερομηνία αποστολής Γ.Ε. από τον φοιτητή	
α/α Γ.Ε.	1	Επισυνάπτεται (σε περίπτωση που έχει ζητηθεί) η άδεια παράτασης από τον Συντονιστή;	ΟΧΙ

Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής Γ.Ε. από τον φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στον φοιτητή	
Βαθμολογία (αριθμητικώς, ολογράφως)	

Υπογραφή

Υπογραφή

Φοιτητή

Καθηγητή-Συμβούλου

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι (Θ.Ε. ΠΛΗ 12)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1^η

Ημερομηνία ανάρτησης: Πέμπτη 19 Οκτωβρίου 2017
Ημερομηνία παράδοσης εργασίας: Κυριακή 12 Νοεμβρίου 2017
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής: Τετάρτη 15 Νοεμβρίου 2017¹
Ημερομηνία ανάρτησης ενδεικτικών λύσεων: Κυριακή 19 Νοεμβρίου 2017

Πριν από την εκπόνηση της εργασίας και τη λύση κάθε άσκησης να μελετώνται τα παραδείγματα και οι λυμένες ασκήσεις στο αντίστοιχο σύγγραμμα και στο βοηθητικό υλικό.

Οι ασκήσεις της 1^{ης} εργασίας αναφέρονται στα:

Κεφάλαιο 1 (Πίνακες – Ορίζουσες – Γραμμικά Συστήματα)

Κεφάλαιο 2 (Εισαγωγή στους Διανυσματικούς Χώρους, Βάση και διάσταση)

του συγγράμματος του ΕΑΠ «Γραμμική Άλγεβρα» των Γρ. Καμβύσα και Μ. Χατζηνικολάου.

Για την κατανόηση της ύλης αυτής θα μελετήσετε επίσης το: **βοηθητικό υλικό** (study.eap.gr) ως εξής:

Συνοδευτικό Εκπαιδευτικό Υλικό : [Σύνολα Αριθμών,](#)
[Συναρτήσεις,](#)
[Πίνακες,](#)
[Οι Χώροι \$R^n\$,](#)
[Διανυσματικοί Χώροι.](#)

Εναλλακτικό Διδακτικό Υλικό: [Κεφ1 Εισαγωγικές Έννοιες,](#)
[Κεφ2 Γραμμικά Συστήματα,](#)
[Κεφ3 Πίνακες και Γραμμικά Συστήματα,](#)
[Κεφ4 Ορίζουσες,](#)
[Κεφ5 Οι χώροι \$R^n\$,](#)
[Κεφ6 Διανυσματικοί χώροι,](#)
[Κεφ7 Βάση και Διάσταση.](#)

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι:

- Να σας εξοικειώσει με τις πράξεις πινάκων, την εύρεση κλιμακωτής μορφής πίνακα, την επίλυση γραμμικών συστημάτων με τη μέθοδο Gauss, τον υπολογισμό και τις ιδιότητες της ορίζουσας ενός τετραγωνικού πίνακα, τα κριτήρια αντιστρεψιμότητας πινάκων και τον υπολογισμό του αντίστροφου πίνακα (όταν υπάρχει).
- Να σας βοηθήσει στην κατανόηση των εννοιών του διανυσματικού χώρου και υποχώρου, της γραμμικής ανεξαρτησίας διανυσμάτων, των συνόλων γεννητόρων, των βάσεων και της διάστασης ενός διανυσματικού χώρου.

**Διαβάστε προσεκτικά την εκφώνηση κάθε άσκησης.
Αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας.**

¹ Σύμφωνα με τον Κανονισμό Σπουδών, η καταληκτική ημερομηνία για την παραλαβή της Γ.Ε. από το μέλος ΣΕΠ είναι η επόμενη Τετάρτη από το τέλος της εβδομάδας παράδοσης της Γ.Ε.

Άσκηση 1 (Μον. 20)

A. (μον. 14) Δίνεται ο 3×3 πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ και ο 3×2 πίνακας $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \\ 5 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

- i) Να υπολογιστούν, αν ορίζονται, οι πίνακες A^2 , AB , BA , AB^T , $A^2 + BB^T$. Αν κάποιοι από αυτούς τους πίνακες δεν ορίζονται, εξηγήστε γιατί.
- ii) Να υπολογιστεί το ίχνος του πίνακα $5A$ και η ορίζουσα του πίνακα $2AA^T$.
- iii) Είναι ο πίνακας A αντιστρέψιμος; Αν ναι, υπολογίστε τον A^{-1} .

B. (μον. 2) Έστω C ένας 7×8 πίνακας και D ένας $m \times n$ πίνακας. Αν είναι γνωστό ότι ο $D^T C$ είναι 5×8 πίνακας, βρείτε τα m και n .

C. (μον. 4) Δίνεται ο πίνακας $E = \begin{pmatrix} c-1 & 18 & 2 \\ 0 & c & -5 \\ 0 & 0 & c+3 \end{pmatrix}$, όπου c πραγματική παράμετρος.

- i) Βρείτε όλες τις τιμές του c για τις οποίες ο πίνακας E είναι αντιστρέψιμος.
- ii) Βρείτε όλες τις τιμές του c για τις οποίες ο πίνακας $(E^T E)^{1821}$ είναι αντιστρέψιμος (Υπόδειξη: μην κάνετε πολλές πράξεις).

< Χώρος για τη λύση της 1ης άσκησης >

Άσκηση 2 (Μον. 20)

A. (μον. 10) Δίνονται οι πίνακες $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 7 & 14 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Για καθένα από τους παραπάνω πίνακες, ελέγξτε αν είναι σε ανηγμένη κλιμακωτή μορφή και, σε περίπτωση που δεν είναι, βρείτε με κατάλληλες γραμμοπράξεις (τις οποίες θα υποδείξετε) την ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του.

B. (μον. 10) Δίνεται ο πίνακας $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 5 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.

- i) Δείξτε ότι οι τρεις πρώτες γραμμές του D είναι γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα του R^3 .
- ii) Βρείτε τον βαθμό του D .
- iii) Δείξτε ότι οι τρεις στήλες του D είναι γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα του R^4 .

< Χώρος για τη λύση της 2ης άσκησης >

Άσκηση 3 (Μον. 20)

A. (μον. 10) Να βρεθεί η γενική λύση του γραμμικού συστήματος

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \ .$$

$$8x_1 + x_2 + 4x_3 = -2$$

B. (μον. 6) Έστω a, b, c πραγματικές παράμετροι. Εξηγήστε γιατί το γραμμικό σύστημα

$$x_1 + x_2 + x_3 = a$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = b$$

$$4x_1 + x_2 + 9x_3 = c$$

έχει πάντοτε μοναδική λύση.

Γ. (μον. 4) Υπάρχει ομογενές γραμμικό σύστημα 3 εξισώσεων με 4 αγνώστους το οποίο να έχει μοναδική λύση; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

< Χώρος για τη λύση της 3ης άσκησης >

Άσκηση 4. (Μον. 20)

A. (μον. 9) Να εξεταστεί αν:

- i) Το σύνολο $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y + 3\}$ είναι υπόχωρος του διανυσματικού χώρου $\mathbb{R}^2$.
- ii) Το σύνολο $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 2y + 5z\}$ είναι υπόχωρος του διανυσματικού χώρου $\mathbb{R}^3$.
- iii) Το σύνολο $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2\}$ είναι υπόχωρος του διανυσματικού χώρου $\mathbb{R}^3$.

B. (μον. 11) Θεωρούμε τους υπόχωρους V, W του $\mathbb{R}^3$ που ορίζονται ως εξής:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y - 5z = 0\} \quad \text{και} \quad W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}.$$

- i) Βρείτε βάση του V και βάση του W .
- ii) Υπολογίστε τη διάσταση του υπόχωρου $V \cap W$.
- iii) Δείξτε ότι $V + W = \mathbb{R}^3$.

< Χώρος για τη λύση της 4ης άσκησης >

Άσκηση 5. (Μον. 20)

- A. (μον. 10) Να εξεταστεί αν το σύνολο $V = \left\{ \begin{pmatrix} x & z \\ z - 2x + 3y & y \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ είναι υπόχωρος του διανυσματικού χώρου $M_{2,2}(\mathbb{R})$. Αν ναι, να βρεθεί βάση του V .
- B. (μον. 10) Θεωρούμε τον διανυσματικό υπόχωρο $W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \right\}$ του διανυσματικού χώρου $M_{2,2}(\mathbb{R})$. Βρείτε βάση του W .

< Χώρος για τη λύση της 5ης άσκησης >